

Section / Afdeling A: Matrices and Systems of Linear Equations

[26]

Question / Vraag 1:

The following questions are multiple choice questions. There is only one correct answer from the choices given. Select the correct option by marking the option with a cross (X). /

Die volgende vrae is veelkeusige vrae. Daar is slegs een korrekte antwoord uit al die opsies gegee. Merk die korrekte antwoord met 'n kruis (X).

- 1.1 Which of the following is equal to BA for matrices A and B below? / Watter van die volgende is gelyk aan BA vir matrikse A en B hieronder?:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- a) $\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 12 & -4 \end{bmatrix}$
- b) $\begin{bmatrix} -5 & 12 \\ 3 & -18 \end{bmatrix}$
- c) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 15 & -4 \end{bmatrix}$
- d) BA is impossible to compute. / BA is onmoontlik om te bereken.
- e) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- f) None of the above. / Geen een van die bogenoemde.

(3)

- 1.2 A manufacturer produces two models of a certain product: model A and model B. There is R10 profit on model A and an R15 profit on model B. Three machines M1, M2 and M3 are used jointly to manufacture these models. The number of hours that each machine operates to produce 1 unit of each model is given in the table (on the next page): /

'n Vervaardiger produseer twee modelle van 'n sekere produk: model A en model B. Daar is R10 wins op model A en 'n R15 wins op model B. Drie masjiene M1, M2 en M3 word gesamentlik gebruik om die modelle te vervaardig. Die aantal ure wat elke masjien werk om 1 eenheid van elke model te produseer word in die tabel weergegee (op die volgende bladsy):

	Model A	Model B
Machine M1	$1\frac{1}{2}$	1
Machine M2	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$
Machine M3	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$

No machine is in operation more than 12 hours per day. Now let x be the number of Model A made per day and y be the number of model B made per day. Then x and y satisfies the following constraints: /

Geen masjien is meer as 12 ure per dag operasioneel nie. Laat x die aantal van model A wees wat per dag vervaardig word en laat y die aantal van model B wees wat per dag vervaardig word. Dan sal x en y die volgende ongelykhede bevredig:

- a) $x \geq 0, y \geq 0, x + \frac{3}{2}y \leq 12, \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}y \leq 12, \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}y \geq 0$
b) $x \geq 0, y \leq 0, \frac{3}{2}x + y \geq 12, \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}y \leq 12, \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}y \leq 0$
c) $x \geq 0, y \geq 0, \frac{3}{2}x + y \leq 12, \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}y \leq 12, \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}y \leq 12$
d) $x \geq 0, y \geq 0, \frac{3}{2}x - y \leq 12, \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}y \leq 12, \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}y \leq 12$
e) None of the above. / *Geen een van die bogenoemde.*

(4)

- 1.3 For question 1.2 above, we can express the daily profit P as: / *Vir die bogenoemde vraag 1.2, kan die daaglikse wins P so uitgedruk word:*

- a) $P = 5x + 8y$
b) $P = 10x + 15y$
c) $P = 15x + 10y$
d) $P = 8x + 8y$
e) None of the above. / *Geen een van die bogenoemde.*

(3)

- 1.4 For question 1.2 and 1.3 above, what is the maximum profit in rands? / *Vir die bogenoemde vrae 1.2 en 1.3, wat is die maksimum wins in rande?*

- a) 130
b) 160
c) 180
d) 120
e) None of the above. / *Geen een van die bogenoemde.*

(4)

Question / Vraag 2:

- 2.1 Find the decomposition of the expression into partial fractions: / *Bepaal die ontbinding van die uitdrukking in partiële breuke:*

$$\frac{x^2 + x + 1}{(x - 2)(x^2 - x + 1)}$$

(6)

2.2 Given: / Gegee:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Determine A^{-1} , the inverse of A . / Bepaal A^{-1} , die inverse van A .

(6)

Section / Afdeling B: Complex Numbers

[15]

Question / Vraag 3:

The following question is a multiple choice question. There is only one correct answer from the choices given. Select the correct option by marking the option with a cross (X). /

Die volgende vraag is 'n veelkeusige vraag. Daar is slegs een korrekte antwoord uit al die opsies gegee. Merk die korrekte antwoord met 'n kruis (X).

Convert $3\sqrt{3} - 3i$ into trigonometric form. / Herlei $3\sqrt{3} - 3i$ na trigonometriese vorm.

- a) $4\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$
- b) $6 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$
- c) $4\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right)$
- d) $6 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$
- e) None of the above. / Geen een van die bogenoemde.

(3)

Question / Vraag 4:

- 4.1 Show all the complex roots of $z^3 + 27 = 0$ are: / Toon aan al die komplekse wortels van $z^3 + 27 = 0$ is:

$$-3; \quad \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}i; \quad \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{3}i$$

(5)

4.2 Let: / Laat:

$$z = 2 - 2\sqrt{3}i$$

4.2.1 Write z in trigonometric (polar form), with $0 \leq \theta < 2\pi$. / Skryf z in trigonometriesse (polar form), met $0 \leq \theta < 2\pi$.

(3)

4.2.2 Use **De Moivre's Theorem** to evaluate z^{10} (leave your answer in the form $a + bi, a, b \in \mathbb{R}$). / Gebruik **De Moivre's se Stelling** om z^{10} te evalueer (los jou antwoord in die vorm $a + bi, a, b \in \mathbb{R}$).

(4)

Section / Afdeling C: Logic

[15]

Question / Vraag 5:

- 5.1 Determine if the following proposition is a tautology or a contradiction (use the table provided): / Bepaal of die volgende poposisie 'n toutologie of 'n teenstrydigheid is (gebruik die gegewe tabel):

$$(p \rightarrow (q \wedge \neg q)) \rightarrow \neg p$$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$(q \wedge \neg q)$	$(p \rightarrow (q \wedge \neg q))$	Complete: / Voltooi:

Conclusion: / Gevolgtrekking:

(5)

- 5.2 Use the sentence below and rewrite in the requested form: / Gebruik die onderstaande sin en skryf in die gevraagde vorm:

If John study hard , then he will get an A for mathematics

State the Rule	Write the statement in words
Contrapositive	
Converse	
Inverse	

(3)

- 5.3 Determine the true-value of the following statement: / *Bepaal die waarheidswaarde van die volgende bewering:*

$$\exists x \in \mathbb{N}, \text{ if } x \text{ is even then } x^2 = x - 1$$

(1)

- 5.4 Determine the true-value of the following statement: / *Bepaal die waarheidswaarde van die volgende bewering:*

$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} (xy \neq yx)$$

(1)

- 5.5 If A and B are true propositions and C and D false propositions, determine the truth-value of the following proposition: / *As A en B ware proposisies is en C en D is valse proposisies, bepaal dan die waarheidswaarde van die volgende proposisie.*

$$\neg(A \rightarrow C) \wedge (C \leftrightarrow B)$$

(2)

- 5.6 **Negate** the following proposition **and** determine the truth value of the negation (use an example to strengthen your findings): / **Ontken** die volgende proposisie **en** bepaal die waarheidswaarde van die ontkenning (gebruik 'n voorbeeld om jou bevindinge te ondersteun):

$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} (y^2 \geq x)$$

(3)

Section / Afdeling D: Set Theory**[15]****Question / Vraag 6:**Given: / *Gegee:*

$$A = \{a, x\}, B = \{d, x, y\} \text{ and / en } C = \{\{x\}, z\}.$$

6.1 Find the set: / *Bepaal die versameling:*

$$(A \cap B) \cup C$$

(2)

6.2 Find the set: / *Bepaal die versameling:*

$$(B - C) \times A$$

(3)

- 6.3 Use the given sets and **show by set operations** the following statement is true. **Motivate** your answer by theory. /

*Gebruik die gegewe versamelings en **toon aan deur bewerkings** met versamelings dat die volgende bewering waar is. **Motiveer** jou antwoord teoreties.*

$$A - (B \cup C) \subseteq (A - B) \cap (A - C)$$

(6)

Operations: / *Bewerkings:*

Theoretical motivation: / *Teoretiese motivering:*

- 6.4 From question 6.1, how many **proper subsets** are there for the set? / *Vanaf vraag 6.1, hoeveel **egter deelversamelings** is daar vir die versameling?*

$$(A \cap B) \cup C$$

(1)

6.5 Indicate True or False: / *Dui aan Waar of Onwaar:*

Statement / <i>Bewering</i>	True or False / <i>Waar of Onwaar</i>
$\{x\} \in C$	
$\emptyset \notin C$	
$x \notin C$	

(3)

Section / *Afdeling E: Conic Sections*

[13]

Question / *Vraag 7:*

7.1.1 Find the focus, directrix, and vertex of the parabola: / *Bepaal die fokus, direksielyn en draaipunt van die parabool:*

$$y = -2x^2$$

(4)

7.1.2 Hence, sketch the graph in 7.1.1. / *Vervolgens, skets die grafiek in 7.1.1.*

(3)

7.2 Find the equation of the ellipse with foci $(0, \pm 3)$ and vertices $(0, \pm 5)$, hence draw the graph of the ellipse. / *Bepaal die vergelyking van die ellips met fokusse $(0, \pm 3)$ en draaipunte $(0, \pm 5)$, vervolgens skets die grafiek van die ellips.*

(6)

Section / Afdeling F: Vectors

[13]

Question / Vraag 8:

A jet is flying through a wind that is blowing at a speed of **10 km/h** in the direction **$N60^\circ E$** . The jet has a speed of **1000 km/h** relative to the air, and the pilot heads the jet in the direction **$N45^\circ W$** .

*'n Straalvliegtuig vlieg deur 'n wind wat waai teen 'n spoed van **10 km/h** in die rigting **$N60^\circ O$** . Die straalvliegtuig het 'n spoed van **1000 km/h** relatief tot die lug, en die loods stuur die jet in die rigting **$N45^\circ W$** .*

- 8.1 Express the velocity of the wind as a vector ($\vec{w}$) in terms of the unit vectors $\vec{i}$ and $\vec{j}$ (draw a diagram to represent your calculations). /

Druk die snelheid van die wind uit as 'n vektor ($\vec{w}$) in terme van die eenheidsvektore $\vec{i}$ en $\vec{j}$ (teken 'n skets om jou berekeninge voor te stel).

(3)

- 8.2 Express the velocity of the jet relative to the air (in still air) as a vector ($\vec{u}$) in terms of the unit vectors $\vec{i}$ and $\vec{j}$ (draw a diagram to represent your calculations). /

Druk die snelheid van die straalvliegtuig relatief tot die lug (in stilstaande lug) uit as 'n vektor ($\vec{u}$) in terme van die standaard eenheidsvektore $\vec{i}$ en $\vec{j}$ (teken 'n skets om jou berekeninge voor te stel).

(3)

- 8.3 Find the true velocity of the jet (in the cross wind) as a vector ($\vec{v}$) in component form. / *Bepaal die ware snelheid van die straalvliegtuig (in die wind) as 'n vektor ($\vec{v}$) in komponentvorm.*

(2)

- 8.4 Hence, find the true speed of the jet in the wind (leave your answer in surd form). / *Vervolgens, bepaal die werklike spoed van die straalvliegtuig in die wind (los jou antwoord in wortelvorm).*

(2)

- 8.5 Find the true direction of the jet in the wind (leave your answer in surd form). / *Bepaal die werklike rigting van die straalvliegtuig in die wind (los jou antwoord in wortelvorm).*

(3)

Section / Afdeling F: Numeric Skills

[4]

Question / Vraag 9:

The following questions are multiple choice questions. There is only one correct answer from the choices given. Select the correct option by marking the option with a cross (X). /

Die volgende vrae is veelkeusige vrae. Daar is slegs een korrekte antwoord uit al die opsies gegee. Merk die korrekte antwoord met 'n kruis (X).

- 9.1 The 1555th term of the sequence where $i^2 = -1$ is: / Die 1555^{ste} term van die reeks as $i^2 = -1$ is:

$$b_n = \frac{(-1)^{n+2}(1 - 12i^{3n+1})}{i^{n+2}}$$

- a) 13
- b) -13
- c) $13 + i$
- d) $-13i$
- e) $13i$

(3)

- 9.2 How many 5c – coins included in: / Hoeveel 5c – stukke bevat in:

R12,75

- a) 1 275
- b) 255
- c) 128
- d) 127,5
- e) None of the above. / Geen een van die bogenoemde.

(1)