

Question / Vraag 1:**[12]**

The following questions are multiple choice questions. There is only one correct answer from the choices given. Select the correct option by marking the option with a cross (X). /

Die volgende vrae is veelkeusige vrae. Daar is slegs een korrekte antwoord uit al die opsies gegee. Merk die korrekte antwoord met 'n kruis (X).

1.1 If / As

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{\sqrt{x+2}} & \text{if } x > -2 \\ 2x+c & \text{if } x \leq -2 \end{cases}$$

where c is a constant, then f is continuous at -2 for: / waar c 'n konstante is, dan is f kontinuu by -2 vir:

- a) No value of / Geen waarde van c
- b) $c = 0$
- c) $c = 4$
- d) $c = -2$
- e) None of the above. / Geen een van die bogenoemde.

(4)

1.2 What value(s) of c is/are predicted by the Mean Value Theorem for

$$f(x) = (x-2)^3 \text{ on the interval } [0,2] ? /$$

Watter waarde(s) van c word voorspel deur die Middelwaarde Stelling vir $f(x) = (x-2)^3$ op die interval $[0,2]$?

- a) $2 + \frac{2}{\sqrt{3}}$
- b) $2 + \frac{2}{\sqrt{3}}$ and $2 - \frac{2}{\sqrt{3}}$
- c) 4 and $2 + \frac{2}{\sqrt{3}}$ and $2 - \frac{2}{\sqrt{3}}$
- d) $2 - \frac{2}{\sqrt{3}}$
- e) None of the above. / Geen een van die bogenoemde.

(4)

1.3 Find the value of: / Bepaal die waarde van:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 4x}}{4x + 1} \right)$$

- a) $-\frac{1}{4}$
- b) $-\infty$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) ∞
- e) None of the above. / Geen een van die bogenoemde.

(4)

Question / Vraag 2:

[8]

Determine whether the following statements are true or false. If it is false, explain why and give an example to illustrate the truth. /

Bepaal of die volgende bewerings waar of onwaar is. Indien onwaar, verduidelik waarom en gee 'n voorbeeld om die waarheid te illustreer.

Statement / Bewering	True or False (& Explanation) / Waar of Onwaar (& Motivering)
If f is one-to-one, then $f^{-1}(x) = \frac{1}{f(x)}$ As f een-eenduidig is, dan is $f^{-1}(x) = \frac{1}{f(x)}$	
If the line $x = 1$ is a vertical asymptote of $y = f(x)$, then f is not defined at 1. As die lyn $x = 1$ 'n vertikale asimptoot is vir $y = f(x)$, dan is f nie gedefinieer by 1.	

If $g(x) = x^5$, then $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = 80$ As $g(x) = x^5$, dan is $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = 80$	
If $f'(c) = 0$, then f always has a local maximum or minimum at c. As $f'(c) = 0$, dan het f altyd 'n lokale maksimum of minimum by c.	

Question / Vraag 3:**[35]**

3.1 Determine the following limits (if it exists): / *Bepaal die volgende limiete (indien dit bestaan):*

3.1.1

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x - 4}$$

(3)

3.1.2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x^2 + 6x}{\sin 3x}$$

(4)

3.1.3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|3x| - 2x}{2x - |x|}$$

(5)

- 3.2.1 Use the Squeeze Theorem to determine the limit: / *Gebruik die Knyptangstelling om die limiet te bepaal:*

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x}$$

(4)

- 3.2.2 Hence, evaluate the limit: / *Vervolgens, bepaal die limiet:*

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 7}{2x^2 + x \cos x}$$

(3)

3.3 Given: / Gegee:

$$x + xy - 3y - 2 = 0$$

3.3.1 Find $\frac{dy}{dx}$ by implicit differentiation. / Bepaal $\frac{dy}{dx}$ deur implisiete differensiasie.

(4)

3.3.2 Find $\frac{dy}{dx}$ by rewriting y explicitly as a function of x and then using the Quotient Rule.
/ Bepaal $\frac{dy}{dx}$ deur y eksplisiet te skryf as 'n funksie van x en dan die kwosiëntreël te gebruik.

(4)

3.3.3 Hence, find the equation of the tangent line at the point $x = 4$. / Vervolgens, bepaal die vergelyking van die raaklyn by die punt $x = 4$.

(3)

3.4 Find f , given that: / Bepaal f , gegee dat:

(5)

$$f'''(x) = \sin x ; \quad f(0) = 1, \quad f'(0) = 2, \quad f''(0) = 3$$

Question / Vraag 4:**[35]**Given the function: / *Gegee die funksie:*

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$$

4.1 Find the domain of the function. / *Bepaal die definisieversameling van die funksie.*

(1)

4.2 Find the x-intercept(s) of the function. / *Bepaal die x-afsnit(te) van die funksie.*

(1)

4.3 Find the y-intercept of the function. / *Bepaal die y-afsnit van die funksie.*

(1)

5.4 Check the graph for symmetry and conclude. / *Kontroleer die grafiek vir simmetrie en maak 'n gevolgtrekking.*

(2)

- 4.5 Find possible vertical asymptotes for the function (show all calculations). / Bepaal moontlike vertikale asymptote vir die funksie (toon alle bewerkings).

(4)

- 4.6 Find possible horizontal asymptotes for the function (show all calculations). / Bepaal moontlike horisontale asymptote vir die funksie (toon alle bewerkings).

(3)

- 4.7 Show the first derivative of the given function is: / *Toon aan die eerste afgeleide van die gegewe funksie is:*

$$f'(x) = \frac{-(x^2 + 9)}{(x^2 - 9)^2}$$

(4)

- 4.8 Interpret the first derivative and find the intervals on which the function is increasing and decreasing. / *Interpreteer die eerste afgeleide en bepaal die intervalle waar die funksie stygend en dalend is.*

(4)

- 4.9 Indicate any possible extreme values. / *Toon enige moontlike ekstreemwaardes aan.*

(1)

- 4.10 Show the second derivative of the function is: / *Toon aan die tweede afgeleide van die gegewe funksie is:*

$$f''(x) = \frac{2x(x^2 + 27)}{(x^2 - 9)^3}$$

(4)

- 4.11 Interpret the second derivative and find the intervals on which the function is concave upward and concave downward. / *Interpreteer die tweede afgeleide en bepaal die intervale waar die funksie konkaaf opwaarts en konkaaf afwaarts is.*

(4)

- 4.12 Indicate possible inflection points. / *Toon moontlike infleksiepunte aan.*

(1)

- 4.13 Use the above information and draw the graph. / *Gebruik die bogenoemde inligting en skets die grafiek.*

(5)

- 5.2 **Verify** that the function satisfies the hypotheses of the Mean Value Theorem on the interval $[0,2]$ **and then** calculate all numbers c that satisfy the conclusion of the Mean Value Theorem. /

Verifieer dat die funksie aan die voorwaardes van die Middelwaarde Stelling voldoen op die interval $[0,2]$ en gevolglik bepaal dan alle waardes vir c wat aan die gevolgtrekking van die Middelwaarde Stelling voldoen.

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

(5)